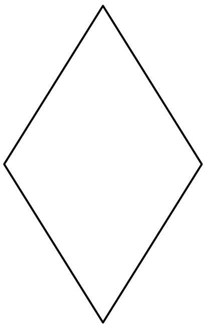
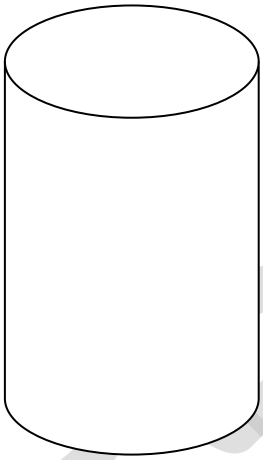
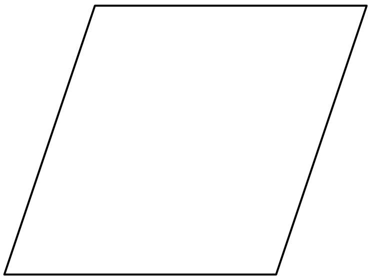
موقع عيون البصائر التعليمى



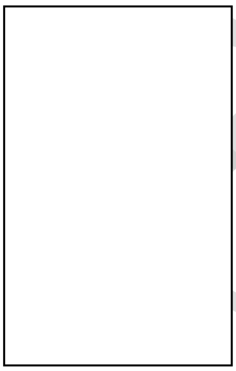


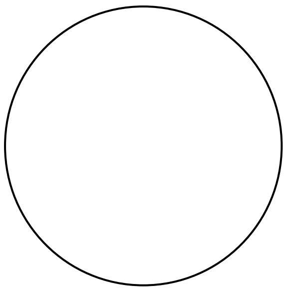


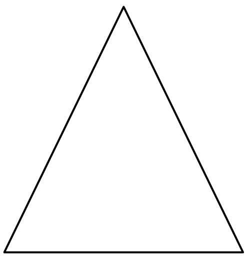
مجلة

الرياضيات أفكار وخطوات

لجميع الشعب العلمية







مجلة تهنم بالتحضير لأمتحان شهادة البكالوريا

لجميع الشعب

تحنوي على مواضيع متنوعة و أفكار مختلفة

مواضيع سهلة وصعبة

طويلة وقصيرة

مجلة تركز على الفصل الأول و الثاني

المجلة بها 20 الموضوع

عمل ساهم في إنجازه السيدين

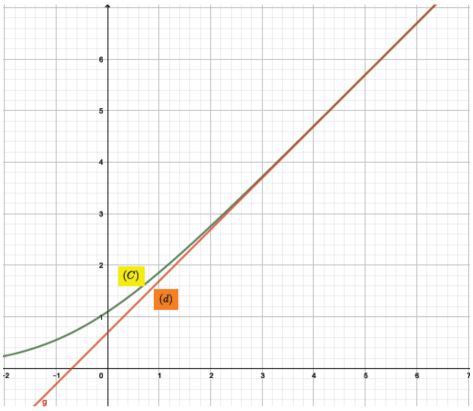
إعداد الأستاذ عامر الجلالي

السيد حجاج براهيم

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

في الشكل المقابل، (C) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x)=\ln\left(1+2e^{x}\right)$ ، (d) المستقيم المقارب لـ (C) عند $+\infty$ ذو المعادلة $y=x+\ln 2$.



$I)$ (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=0$ ، و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n\geq \ln 2$.
2. استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq \ln 2^{n}$ ، ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

$II)$ (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N بالعبارة: $v_n=1+e^{u_n}$.

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2، ثمّ اكتب v_n بدلالة n واستنتج أنه لكل n من N : $u_n=\ln\left(2^{n+1}-1\right)$.
2. بيّن أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{n\ln 2}=1$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 4 بيضاء و كرتين سوداوين لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الكيس على التوالي و بإرجاع 3 كرات.

1. مثّل هذه لوضعية بشجرة الاحتمالات.
2. نعتبر الأحداث التالية:

A : " من الكرات المسحوبة، توجد على الأقل كرة بيضاء " ؛ B : " الكرات المسحوبة كلها من نفس اللون ".

– أحسب: $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A\cap B)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج (سحب)، عدد الكرات البيضاء.

– احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

4. نسحب n كرة على التوالي وبإرجاع.

– بين أن احتمال حصول على الأقل على كرة بيضاء هو: $P_n=1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n}$ ،

– عين قيمة أصغر قيمة لـ n بحيث يكون $P_n\geq 0,999$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D لواحقها على الترتيب z_A, z_B, z_C و z_D حيث: $z_A = i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 3+2i\sqrt{3}$ و $z_D = \overline{z}_C$.

1. تحقق أن: $\dfrac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = \dfrac{z_D - z_B}{z_B - z_C}$ ، ثمّ استنتج أن النقط A, B, C و D من نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها
2. عيّن طبيعة الرباعي $ABCD$ ، ثمّ احسب مساحته.
3. f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}(z - z_A) + z_A$.
   - عيّن طبيعة التحويل f و عناصره المميزة.
4. (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z المعرفة بالعلاقة: $\arg(z^2+3) = \arg(z+i\sqrt{3}) + k\pi \ldots (E)$ مع $k \in Z$.
   - بيّن أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة (Γ) على الشكل $\arg(z - z_A) = 2k\pi$ ، ثمّ استنتج طبيعة المجموعة (Γ).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $g(x) = 2x + \ln\left[4\left(e^{-x} - 1\right)\right]$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g مع تشكيل جدول تغيراتها.
2. من أجل $m' < 0$ ، بيّن أن المعادلة $g(x) = m'$ تقبل حلين متمايزين.

II) f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0[$ بالعبارة: $f(x) = x - \ln(1 - e^x)$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ مع تفسير النتيجة هندسيا، ثمّ أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
2. بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0[$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.
3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها $-\ln 2$ ،
4. استنتج أن المنحنى (C) يقع تحت (T).
5. أحسب $f\left(\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)\right)$ ، ثمّ أنشئ المماس (T) والمنحنى (C).

III) نعتبر المعادلة (E) التالية $f(x) = 2x + m$ ، حيث m عدد حقيقي كيفي.

1. ناقش (بيانيا ثم جبريا) حسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة (E).

نسمي α و β حلي المعادلة (E) في حالة وجودهما. بيّن أن $\alpha + \beta = -m$ ، ثم استنتج أن $f(\alpha) + f(\beta) = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=1$، و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$.

1. أ– برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$: $u_n\geq 0$

ب– استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$: $u_n\geq n-3$ ؛ هل المتتالية متقاربة؟ (علّل إجابتك)

2. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ: $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$.

أ– بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول، ثمّ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$.

ب– احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\sum_{k=0}^{n}u_k$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به 4 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء، نسحب عشوائيا على التوالي و بإرجاع كرتان ونسجل لونهما.

نعتبر الحدثان: A " الحصول على الأقل على كرية بيضاء ".

B " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون ".

1. أ– إذا كانت على الأقل إحدى الكرات بيضاء، ما احتمال أن تكون من لونين مختلفين؟

ب– هل الحدثين A و B مستقلان؟

2. نرفق بكل كرة حمراء العدد α وبكل كرة بيضاء العدد $-\alpha$ حيث $\alpha>0$.

X المتغير العشوائي الذي يأخذ المجموع المحصل عليه من السحب.

– عيّن قيمة α حتى يكون $E(\alpha)=0$.

3. نعيد نفس عملية السحب بنفس الشروط السابقة n مرة.

– بيّن أن احتمال الحصول على الأقل على كرة بيضاء هو $p_n=1-\left(\frac{4}{9}\right)^n$.

– عيّن أصغر عدد ممكن من السحبات بحيث: $p_n<0,9999$.

4. نضيف k كرة بيضاء إلى الكيس السابق.

– عيّن k حتى يكون احتمال الحصول على الأقل على كرة بيضاء هو: $\frac{15}{16}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في$\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $z^3-z^2+3z-3=0$.

– بيّن أن المعادلة (E) تقبل حلين تخيليين صرفين (مترافقان) يطلب تعيينهما، ثم استنتج الحل الثالث لـ(E) .

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط B, A لاحقتاهما على الترتيب z_B, z_A حيث: $z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z}_A$.

C النقطة ذات اللاحقة z_C التي تحقق: $\begin{cases}\arg(z_C-z_B)-\arg(z_C-z_A)=\dfrac{\pi}{2}\\ |z_C-z_B|=|z_C-z_A|\end{cases}$.

1. عيّن z_C ، ثمّ استنتج أن النقطة B هي صورة A بدوران r يطلب تعيين عناصره المميزة.
2. عيّن طبيعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $|z-z_A|^2+|z-z_B|^2=8$ مع تحديد عناصرها المميزة.
3. h التحاكي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=-2z+3\sqrt{3}$.

– نضع $s=h\circ r$. حدد طبيعة وعناصر المميزة للتحويل s .

– عيّن المجموعة (Γ') صورة المجموعة (Γ) بالتحويل s .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{\ln x}{x}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، تشكيل جدول تغيراتها.
2. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم $(d): y=1$.
3. بيّن أن المنحنى (C) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $w(0;1)$ ويمسه في نقطة يطلب تعيين إحداثياها، ثم أكتب معادلة ديكارتية له.
4. أرسم المماس (T) والمنحنى (C) .

II) g الدالة العددية المعرفة على IR^* بالعبارة: $g(x)=1+\dfrac{\ln|x|}{x}$. (C') تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $g(-x)+g(x)=2$ ، فسّر النتيجة هندسيا ثمّ أنشئ المنحنى (C')
2. (Δ_m) المستقيم الذي معادلته $y=mx+1$ حيث m عدد حقيقي كيفي.

– بين أنه لما m يمسح ℝ فإن المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $w(0;1)$.

– ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط، عدد الحلول المعادلة ذات المجهول x التالية: $g(x)=mx+1$.

الموضوع الثالث

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_1=\frac{1}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_{n+1}=\left(\frac{n+1}{2n}\right)u_n$.

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n>0$

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة.

2. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN^* بـ: $v_n=\frac{u_n}{n}$.

– بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول، ثمّ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $v_n=\frac{n}{2^n}$.

3. f الدالة العددية المعرفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\ln x-x\ln 2$.

– عين نهاية الدالة f عند $+\infty$، ثمّ استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط B, A لاحقتاهما على الترتيب z_B, z_A حيث: $z_A=2i$ ، $z_B=-2i$.

نرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z $(z\neq -2i)$، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=\frac{z-2i}{z+2i}$.

1. نضع: $z-2i=re^{i\theta}$ مع $r\in IR_+^*$ و $\theta\in IR$.

أ- بيّن أن: $z'-1=\frac{4}{r}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$.

ب- عيّن مجموعة النقط M التي يكون من أجلها z' عددا حقيقيا.

جـ- بيّن أنه إذا كانت إلى الدائرة (C) التي مركزها B ونصف قطرها 2 فإن تنتمي إلى دائرة (C') يطلب تحديد عناصرها المميزة.

2. r الدوران الذي مركزه I ذات اللاحقة $\frac{3\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ وزاويته α.

– عيّن القيس الرئيسي α إذا علمت أن صورة A بالدوران r هي النقطة ذات اللاحقة 1.

– تحقق أن (C') صورة دائرة مركزها A بالدوران r، ثمّ أرسم شكلا مناسبا.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على خمس كريات منها ثلاث كريات خضراء و إثنان حمراء . ويحتوي صندوق U_2 على خمس كريات منها إثنان خضراء وثلاث كريات حمراء. (الكريات لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في أن واحد كرتين ع من الصندوق U_2.

نعتبر الحدثين التاليين: A : " الثلاث كريات الكريات المسحوبة من نفس اللون".

B : " الكريات المسحوبة ليست من نفس اللون.

1) أ) بين أن $P(A)=\dfrac{19}{54}$ ثم أُحسب $P(B)$ احتمال الحدث B.

ب) علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق حمراء أحسب إحتمال الحصول على الأقل كرة خضراء .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

عين قانون اِحتمال المتغير العشوائي X وأُحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=x^2-2+\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g مع تشكيل جدول تغيراتها.

2. بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1{,}31<\alpha<1{,}32$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0[$ بالعبارة: $f(x)=x-e+\dfrac{1-\ln x}{x}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الرسم $2cm$)

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم بيّن أن: $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)=+\infty$ مع تفسير النتيجة هندسيا.

2. بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-e$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)، ثمّ أدرس الوضع النسبي بينها.

3. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f مع تشكيل جدول تغيراتها.

4. بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha-e-\dfrac{1}{\alpha}$ ، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5. أنشئ (Δ) و (C).

III) نعتبر الدالتين H و h المعرفتين على $]0;+\infty[$ كما يلي: $H(x)=\ln x-\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ و $h(x)=\dfrac{1-\ln x}{x}$.

1. بيّن أن H دالة أصلية للدالة h على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

الموضوع الرابع

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-4z+7=0$. (نرمز بـ z_1 و z_2 إلى حلي المعادلة حيث: $(\operatorname{Im}(z_1)<0$

2. أثبت أن العدد $\left(\frac{z_1-1}{2}\right)^{2014}+\left(\frac{z_2-1}{2}\right)^{2014}$ حقيقي.

3. عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\frac{z_2-1}{2}=\left(\frac{z_1-1}{2}\right)^n$.

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط C,B,A لواحقها على الترتيب z_C,z_B,z_A حيث: $z_A=2+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_C=5$.

(Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z=1+2e^{i\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

1. تحقق أن A و B تنتميان إلى (Γ).
2. عيّن طبيعة المجموعة (Γ).
3. S التشابه المباشر الذي مركزه ويحول A إلى B.

– عيّن الكتابة المركبة للتشابه المباشر S مع تعيين عناصره المميزة.

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العددية المعرفة كما يلي: $u_0=1$ ، $v_0=2$ و من اجل كل عدد طبيعي n:

$u_{n+1}=\frac{1}{8}u_n+\frac{7}{8}v_n$ و $v_{n+1}=\frac{7}{8}u_n+\frac{1}{8}v_n$.

1. (w_n) المتتالية المعرفة على N بـ: $w_n=v_n-u_n$.

– بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n=\left(-\frac{3}{4}\right)^n$ ، ثمّ استنتج نهاية المتتالية (w_n).

2. أ– أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n\le v_n$.

ب– بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة وأن المتتالية (v_n) متناقصة، ثمّ استنتج أنهما متقاربتان نحو نفس النهاية ℓ.

ج– بيّن أنه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n+v_n=3$ ، ثمّ استنتج قيمة العدد ℓ.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1- وخمس كرات سوداء مرقمة بـ : 1، 1 ، 0 ، 0 ، 1- لانميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق .

I. نعتبر الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط" B : "الحصول على كرية بيضاء تحمل رقم 1 على الأقل "

C : "الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم" D : "الحصول ثلاث كرات ليست من نفس اللون "

F : "مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0"

1 -أحسب إحتمال الأحداث A ، B و C .

2 -بين أن : $P(D)=\frac{5}{6}$ ، $P(F)=\frac{31}{120}$ ثم احسب $P(D\cap F)$.

3 -إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث ليستمن نفس اللون ؟

II. نعتبر المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل مخرج الرقم الأصعر من بين أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1 -عين قيم المتغير العشوائي x .

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x ثم أحسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع: (07 نقاط)

– بيّن أن المعادلة $e^x+x=0$ تقبل حلا وحيدا α في IR ، ثمّ تأكد أن: $-0,6<\alpha<-0,5$.

– استنتج إشارة العدد e^x+x من أجل كل x من ℝ.

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;\alpha[\cup]\alpha;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\frac{xe^x}{e^x+x}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الرسم $2cm$)

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثمّ فسر النتائج هندسيا.

2. بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;\alpha[$ و $]\alpha;+\infty[$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

3. (T) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

– بيّن أن المستقيم (T) مقارب مائل لـ (C) عند $+\infty$ ، ومماس للمنحنى (C) في نقطة يطلب تعيين إحداثياها.

– أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (T).

4. أنشئ المستقيم (T) والمنحنى (C).

5. (D_m) المستقيم الذي معادلته: $y=m(x-\alpha)$ ، مع m عدد حقيقي.

– تحقق أن (D_m) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها، ثمّ ناقش حسب قيم الوسيط m ، عدد وإشارة فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D_m).

الموضوع الخامس

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحوي كيس على كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2) و n كرة خضراء تحمل الأرقام(2) حيث $n>1$ نسحب عشوائيا كراتين على التوالي و بدون ارجاع .

1) مثل شجرة الإحتمالات حسب الالوان ثم حسب الارقام

2) بين أن إحتمال سحب كرتين بيضاوين هو $\frac{12}{(n+3)(n+4)}$.

3) بين أن إحتمال كرتين تحملان رقمين مجموعهما 3 هو $\frac{6n+6}{(n+3)(n+4)}$.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل تجربة عدد مجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة .

أ/ أعط القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

ب/ بين أن الامل الرياضي للمتغير العشوائي X يحقق $E(X)=\frac{4n^2+22n+30}{(n+3)(n+4)}$

جـ/ عين قيمة n حتى يكون $E(X)=\frac{650}{182}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1.أ- حل في$\mathbb{C}$المعادلة ذات المجهول z : $(z-1+i)\left(z^2-2^{\theta+1}\cos\theta\cdot z+2^{\theta+1}\right)=0$ ، حيث θ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال$]-\pi;\pi[$.

ب- نرمز إلى حلول المعادلة بـ: z_1 ، z_2 و z_3 حيث z_3 هو الحل المستقل عن θ .

- أكتب الشكل الأسيلـ: z_1 ، z_2 و z_3 ، ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعددين z_1 و z_2 .

2.في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب: $z_A=2^{\theta}e^{i\theta}$ ، $z_B=2^{\theta}e^{-i\theta}$ و $z_C=1-i$.

أ.تحققأن: $z_A=e^{2i\theta}z_B$ ، ثمّ استنتج طبيعة التحويل النقطي الذي يحول النقطة B إلى A .

أ.عيّن قيم θ التي تحقق:

- المثلث OAB متقايس الأضلاع.

- النقطة G ذات اللاحقة $z_G=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}i$ مركز ثقل المثلث ABC .

ب. (γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $z=1-i+\sqrt{2}\cdot i\cdot e^{i\varphi}$ ، φ عدد حقيقي ينتمي إلى $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

- تحقق أن النقطة O تنتمي إلى المجموعة (γ) ، ثمّ عيّن و أنشئ المجموعة (γ) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتانالمعرفتان على IN كما يلي: $\begin{cases} u_0 = -4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}(u_n + 4v_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = \frac{1}{5}(3u_n + 2v_n) \end{cases}$.

1. برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n: $3u_n + 4v_n = 0$.
2. استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n$.
3. أكتب u_n و v_n بدلالة n، ثمّ عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = u_n + v_n$.
   - أحسب المجموع: $S_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_{2n-1}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$.

- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $g'(x) = -\frac{x+2}{x(x+1)^2}$، إستنتجاتجاه تغير الدالة g.
- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $g(x) > 0$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة: $f(x) = x^2 \ln\frac{x+1}{x}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x}$، ثمّ فسر النتيجة هندسيا.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x) = xg(x)$، ثمّ أدرس اتجاه تغير الدالة f مع تشكيل جدول تغيراتها.
3. بيّن أن: $\lim\limits_{t\to 0}\left(\frac{\ln(1+t) - t}{t^2}\right) = -\frac{1}{2}$، ثمّ استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$. (يمكن وضع $\sqrt{u} = t$).
4. أدرس اشارة الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x\left(x\ln\frac{x+1}{x} - 1\right) + \frac{1}{2}$، ثمّ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ).ثم أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C).
5. عيّن قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x) + 1 = -m$ حلا موجبا.

الموضوع الساد س

التمرين الأول: (05 نقاط)

1. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A، B و C ذات اللواحق: $z_A=2+i$، $z_B=1$، $z_C=3$، (Γ) الدائرة التي مركزها A وطول نصف قطرها $\sqrt{2}$.

أ‌- عيّن لواحق نقط تقاطع الدائرة (Γ) مع المحور $\left(O;\vec{u}\right)$.

ب‌- عيّن z_D لاحقة النقطة D حيث: $z_D=2z_A-z_B$، ثمّاستنتج أن D نظيرة النقطة B قطريا على الدائرة (Γ).

جـ-نعتبر النقطة M ذات اللاحقة $z_M=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i$.

– اكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_M}{z_B-z_M}$ على الشكل الأسي، ثمّ استنتج أن النقطة M تنتمي إلى الدائرة (Γ).

د‌- (Γ') الدائرة التي قطرها $[AB]$، المستقيم (BM) يقطع ثانية الدائرة (Γ') في النقطة N.

– أثبت ان المستقيمين (BM) و (AN) متوازيان، ثم عيّن لاحقة النقطة N.

هـ- r دوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

– عيّن $z_{M'}$ لاحقة النقطة M' بحيث: $r(M)=M'$، ثمّ تحقق أن M' تنتمي إلى الدائرة (Γ').

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحوي كيس على كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2) و n كرة خضراء تحمل الأرقام(2) حيث $n>1$ نسحب عشوائيا كرايتين على التوالي و بارجاع .

1) مثل شجرة الإحتمالات حسب الالوان ثم حسب الارقام

2) بين أن إحتمال سحب كرتين بيضاوين هو $\frac{16}{(n+4)^2}$.

3) بين أن إحتمال كرتين تحملان رقمين مجموعهما 3 هو $\frac{6n+6}{(n+4)^2}$.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل تجربة عدد مجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة .

أ/ أعط القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

ب/ بين أن الامل الرياضي للمتغير العشوائي X يحقق $E(X)=\frac{4n^2+26n+40}{(n+4)^2}$

جـ/ عين قيمة n حتى يكون $E(X)=\frac{700}{196}$

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان كمايلي: $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ، و من اجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$ و $v_{n+1} = \dfrac{2u_n \cdot v_n}{u_n + v_n}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n \geq v_n > 0$

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، (v_n) متزايدة تماما على IN .

3. بيّن أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتين، ثمّ استنتج أنهما متجاورتان.

4. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n^2 - u_{n+1}^2 = 2\left(u_n \cdot u_{n+1} - u_{n+1} \cdot u_{n+2}\right)$.

5. اكتب $u_{n+1} \cdot v_{n+1}$ بدلالة u_n و v_n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرّفة على $R - \{-1\}$ بـ: $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x+1}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيّن أن: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x) = 0$.

2. أدرس تغيرات الدالة f .(يطلب تشكيل جدول تغيراتها)

3. بيّن أن $\lim\limits_{|x|\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x+1}} - 1\right) = 1$ ، ثمّ استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f).

4. أدرس إشارة الدالة g المعرفة على $R - \{-1\}$ بـ: $g(x) = (x+1)\left(e^{\frac{1}{x+1}} - 1\right) - 1$ ، ثمّ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) ؛أنشئ (Δ) و المنحنى (C_f).

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m ، عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية: $e^{\frac{1}{x+1}} = \dfrac{-m}{x+1}$.

II) k الدالة العددية المعرّفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $k(x) = \ln f(x)$.

1. دون تعيين العبارة $k(x)$، استنتج تغيرات الدالة k .(النهايات، اتجاه التغير و جدول التغيرات)

2. بيّن أن المنحنى (Γ) ذو المعادلة $y = \ln(x+1)$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثماستنتج تحويلا نقطيا يمكننا من إنشاء المنحنى (Γ) انطلاقا من محنى الدالة "$x \mapsto \ln x$"؛ انشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

الموضوع السابع

التمرين الأول: (05 نقاط)

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-6z+25=0$.

2. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A، B، C و D ذات اللواحق: $z_A=1$، $z_B=3+4i$، $z_C=2\sqrt{3}+i\left(-2-\sqrt{3}\right)$، $z_D=-2\sqrt{3}+i\left(-2+\sqrt{3}\right)$.

أ- بيّن ان النقطة D هي صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{2\pi}{3}$، ثمّ استنتج أن B و D تنتميان إلى الدائرة التي مركزها يطلب تعيين طول نصف قطرها.

ب- نعتبر النقطة F ذات اللاحقة z_F حيث: $z_F=-2i$.

- تحقق أن النقطة F منتصف القطعة $[CD]$، ثمّ اكتب العدد $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}$ على الشكل الأسي.

جـ- استنتج ان المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة $[CD]$؛ واعتمادا على النقط A، B، C انشئ النقطتين C و D مبينا ذلك بالشرح.

د- لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_F}{z_A-z_F}=ik$، مع k عدد حقيقي موجب تماما.

- أعط تفسيرا هندسيا للعدد المركب $\frac{z-z_F}{z_A-z_F}$، ثمّ عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها في المعلم السابق.

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحوي كيس على كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2) و n كرة خضراء تحمل الأرقام(2) حيث $n>1$ نسحب عشوائيا كرايتن في أن واحد .

1) بين أن عدد الخالات الممكنة هو $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$

2) بين أن إحتمال سحب كرتين بيضاوين هو $\frac{12}{(n+4)(n+3)}$.

3) بين أن إحتمال كرتين تحملان رقمين مجموعهما 3 هو $\frac{6n+6}{(n+4)(n+3)}$.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل تجربة عدد مجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة .

أ/ أعط القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

ب/ بين أن الامل الرياضي للمتغير العشوائي X يحقق $E(X)=\frac{4n^2+22n+24}{(n+4)(n+3)}$

جـ/ عين قيمة n حتى يكون $E(X)=\frac{644}{196}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الشعب: العلوم التجريبية　　موضوع نموذجي لامتحان البكالوريا للتعليم الثانوي　　دورة: 2020

اختبار في مادة: الرياضيات　　المدة:03 سا　　إعداد الأستاذ عامر الجلالي　　إعداد حجاج براهيم

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 = e^2 - 1$ و من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = (1+u_n)e^{-2} - 1$.

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1+u_n \succ 0$.

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = (1+u_n)(e^{-2}-1)$، ثمّ استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ: $v_n = 3(1+u_n)$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها، ثمّ أكتب v_n بدلالة n مستنتجا u_n بدلالة n.

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\ln v_0 + \ln v_1 + \cdots + \ln v_n = (n+1)(-n+2+\ln 3)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على IR بـ: $f(x) = x\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$.

(C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيّن أن الدالة f زوجية، ثمّ أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ مستنتجا $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$،

3. بيّن أنه يوجد مستقيم مقارب مائل لـ (C) نرمز له بـ (Δ) بجوار $+\infty$ معينا معادلة له.

جـ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y = 2x+1$.

د- إستنتج معادلة للمستقيم مقارب مائل لـ (C) نرمز له بـ (Δ) بجوار $+\infty$.

4. أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{e^{4x} - 1 + 4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x: $e^{4x} - 1 \ge 0$، ثم استنتج أنه لكل x من $[0;+\infty[$: $e^{4x} - 1 + 4xe^{2x} \ge 0$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثمّ شكل جدول تغيراتها على IR.

5. أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6. عيّن بيانيا قيم الوسيط m بحيث تقبل المعادلة $x(-e^{2x}+1) = m(e^{2x}+1)$ حلين متمايزين.

الموضوع الثامن

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبرالنقط C, B, A التي لواحقها على الترتيب: $z_C = 1+i, z_B = 1-i, z_A = 2$

1.أ–أكتب z_C , z_B على الشكل الأسي.

ب– أكتب العدد $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث ABC. (مثل ذلك بيانيا).

ج – أحسب العدد المركب L المعرف بـ: $L = \left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1434} - \sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2013}$.

2 . أ–ليكن r دوران مركزه النقطة A و يحول النقطة B إلى C.

ب– أكتب العبارة المركبة للدوران r ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r.

جـ– (ϕ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة ω، الدائرة (ϕ') صورتها بالدوران r.

– أنشئ بعناية كلا من الدائرتين (ϕ) و (ϕ').

3 /لتكن M نقطة من الدائرة (ϕ) لاحقتها z تختلف عن النقطة C والنقطة M' لاحقتها z' حيث: $r(M) = M'$.

أ– بين أن معادلة الدائرة (ϕ) تكتب على الشكل : $z = 1+e^{i\theta}$ من أجل $\theta \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ، $(k \in \mathbb{Z})$

ب– عبر عن z' بدلالة θ.

جـ– أثبت أن $\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} = \frac{z' - z_C}{z - z_C}$ ، فسر النتيجة هندسيا.

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 = e$ و $u_1 = e^2$ ، و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_{n-1}}$.

1. أ–أثبت أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها، ثمّ أكتب u_n بدلالة n.

ب– أحسب بدلالة n الجداء: $P_n = u_0 \times u_1 \times \cdots \times u_n$.

2 . (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $v_n = \ln(u_{n+1} \times u_{n-1})$.

أ–بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها، ثمّ أكتب v_n بدلالة n.

1) 4) أحسب المجموعين S_n و T_n حيث:

$S_n = v_1 + v_3 + \cdots + v_{2n+1}$ و $T_n = e^{v_{1438}} + e^{v_{1439}} + \cdots + e^{v_{2020}}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء و 4 كرات حمراء لانفرق بينها عند اللمس.

نجري سلسلة من السحبات: في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب وإذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس ونسحب مرة أخرى من الكيس وهكذا دواليك.

1. أ–أحسب إحتمال الحدثين:

A: " الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

B: "الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

ب– استنتج احتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة.

2 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد السحبات التي أجريناها.

أ–عرّف قانون إحتمال للمتغير العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب– استنتج $P(X \leq 4)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\ln\left(2+\frac{1}{x}\right)-x$.

(C_f)تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.(وحدة الطول $2cm$)

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2.بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{-2x^2-x-1}{x(2x+1)}$.

3.بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ و $\left]0;+\infty\right[$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

4.بينّ أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+\ln 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ،ثمّ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ حلين α وβ بحيث: $-0,68<\alpha<-0,67$ ، $1,07<\beta<1,08$؛ ثمّ فسر النتيجة هندسيا.

5.أرسم المستقيم (Δ) وأنشئ المنحنى (C_f).

6.ناقش(جبريا ثمّ بيانيا) حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2+\frac{1}{x}=e^m$.

الموضوع التاسع

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$.

استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A، B، C، D لاحقاتها

$z_A=3-i$ و $z_B=3+i$ و $z_C=1+i$ و $z_D=1-i$

عين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران r ؛ تحقق أن لاحقة F هي $z_F=5+3i$

عين لاحقة النقطة H صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$

4) مثل النقاط A، B، E، F و H و عين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$

5) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما k يمسح $\mathbb{R}^*$.

عين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-1-i|=|z-1+i|$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) (v_n) المتتالية الهندسية حدودها الموجبة تماما و المعرفة على IN بحيث: $\begin{cases} v_1-v_3=\frac{7}{16} \\ v_1\times v_2\times v_3=\frac{27}{64} \end{cases}$

أ ـ أحسب v_2 و الأساس q للمتتالية (v_n)

ب أكتب v_n بدلالة n

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0=-\frac{2}{3}$: و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-\frac{1}{2}$

أ ـ أحسب الحدود u_1، u_2، u_3

ب برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n=v_n-2$

ت استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) أحسب المجموع S_n حيث:

$S_n=\frac{u_0}{v_0}+\frac{u_1}{v_1}+\cdots+\frac{u_n}{v_n}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراء و يحتوي صندوق U_2 على 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و نعتبر أن جميع الكرات متماثلة و لا يمكن تمييزها باللمس .

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

1) أحسب احتمال الحصول على 3 كرات خضراء .

2) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء .

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) أحسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (07 ن):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR حيث: $f(x)=x+\ln 4+\dfrac{2}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

أ - احسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

°2) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)+f(-x)$

ماذا نقول عن النقطة $A(0\,;\,1+2\ln 2)$ ؟

°3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

°4) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m المعادلة $f(x)=m$ تقبل حلا وحيدا في IR

ب -a عدد حقيقي يحقق: $f(a)=2$

من أجل آية قيمة لـ m يكون $-a$ حلا للمعادلة $f(x)=m$؟

°5) أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=x+2+\ln 4-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x+\ln 4$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+2+\ln 4$ مقاربان مائلان للمنحنى (C_f).

°6) α عدد حقيقي موجب تماما، نضع $I(\alpha)=\int_0^{\alpha}\left[f(x)-x-\ln 4\right]dx$

أ - ماذا يمثل $I(\alpha)$ ؟

ب بين أن $I(\alpha)=2\ln\left(\dfrac{2e^{\alpha}}{e^{\alpha}+1}\right)$.

ت عين القيمة المضبوطة لـ α التي تحقق $I(\alpha)=1$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الشعب: العلوم التجريبية   موضوع نموذجي لامتحان البكالوريا للتعليم الثانوي   دورة: 2020

اختبار في مادة: الرياضيات   المدة: 03 سا   إعداد الأستاذ عامر الجلالي   إعداد حجاج براهيم

الموضوع العاشر

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\sqrt[3]{\frac{2}{7}}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt[3]{\frac{1}{8}(u_n)^3+1}$.

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN كما يلي: $v_n=\frac{7}{8}(u_n)^3+\frac{\alpha}{8}$ حيث α عدد حقيقي.

1. عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
2. نفرض أن: $\alpha=8$.

– أكتب v_n بدلالة n، ثمّ استنتج u_n بدلالة n.

– بيّن أن المتتالية (u_n) متقاربة معينا نهايتها.

– أحسب المجموع: $S=v_0+v_1+\cdots+v_n$، ثمّ استنتج المجموع: $S'=(u_0)^3+(u_1)^3+\cdots+(u_n)^3$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(E)\cdots z^2-(3+i)z+4=0$.

– تحقق أنه من أجل كل عدد مركب z: $z^2-(3+i)z+4=(z-1+i)(z-2-2i)$، ثمّ استنتج حلول المعادلة (E).

2. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A، B و C لواحقها على الترتيب: $z_A=1$، $z_B=2+2i$ و $z_C=1-i$.

أ– علم النقط A، B، C.

ب– أكتب العدد $\frac{2+2i}{1-i}$ على الشكل الأسي، ثمّ عيّن بدقة طبيعة المثلث ACG (معلّلا إجابتك).

ج– استنتج العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول النقطة C إلى النقطة B محددا عناصره المميزة.

3. (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(iz+i)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

– تحقق أن النقطتين O و A تنتميان إلى المجموعة (E) ثمّ بين أن (E) هي المستقيم (OA)، واستنتج أن هو منصف المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث OBC.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

زهر نرد مزيف حيث كل وجهين يحملان نفس الرقم i حيث $i \in \{1;2;3\}$ ، نرمز بـ x ; y و z للاحتمالات التي تمثل على الترتيب ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 1 ، 2 ، 3

1) احسب x ; y و z علما أن هذه الأعداد متناسبة على الترتيب مع 2 ، 3 ، 5

2) نرمي هذا النرد مرتين على التوالي و a الرقم الذي يظهر على وجه النرد في الرمية الأولى و b الرقم الذي يظهر في الرمية الثانية

✓ احسب احتمال الحصول على كل ثنائية $(a;b)$

3) المتغير العشوائي X الذي يساوي 1 إذا كان $(a+b)$ من مضاعفات 3 ويساوي 2 إذا كان $a+b=4$ ويساوي 3 إذا كان $a-b=0$

✓ حدد قانون احتمال المتغير X ، واحسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2e^{1-\frac{x}{2}}-e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2.بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=e^{-\frac{x}{2}}\left(e^{-\frac{x}{2}}-e\right)$ ،

3.استنتج اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها.

4.بيّن أن النقطة ذات $(-2ln2-2,0)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)،.

5.أحسب $f(-3)$ ، ثمّ عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6.أرسم المماس (T) ثمّ أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $]-2(\ln 2+1);+\infty[$.

II) g الدالة العددية المعرّفة على R كما يلي: $g(x)=-2e^{1+\frac{|x|}{2}}+e^{|x|}$. و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

بيّن أن: g دالة زوجية ثم بين كيف يمكن رسم (C_g) إنطلاقا من (C_f) و ارسمه .

4.أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و ومحوري الإحداثيات و المستقيم ذو المعادلة $x=-2\ln 2-2$

الموضوع الحادي عشر

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) 1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2z+4=0$.

2. استنتج حلول المعادلة: $\left(\overline{z}+2+2\sqrt{3}i\right)^2-2\overline{z}-4\sqrt{3}i=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B لواحقها على الترتيب: $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z}_A$. و ليكن التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $2z'=2\left(-i\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\right)z-1$.

1. أكتب العدد α حيث: $\alpha=-i\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}$ على الشكل المثلثي، ثمّ على الشكل الأسي.

2. استنتج طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

3. عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $\left(z+1-i\sqrt{3}\right)\left(\overline{z}+1+i\sqrt{3}\right)=4$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لصيانة أجهزة التدفئة تراقب شركة عن بعد خلال فصل الصيف الأجهزة .

نعلم أن 20% من الأجهزة هي تحت الضمان . من بين الأجهزة التي تحت الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحداها $\frac{1}{100}$ ، و من بين الأجهزة التي ليست تحت الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحدها $\frac{1}{10}$

نسمي G الحادثة " المدفئة تحت الضمان "

1) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A " المدفئة تحت الضمان و هي غير صالحة " ، B " المدفئة غير صالحة "

2) في سكن ما المدفئة غير صالحة .بين أن احتمال أنها تحت الضمان هو $\frac{1}{41}$

3) المراقبة مجانية إذا كانت المدفئة تحت الضمان ، و يقدر ثمن المراقبة بـ 800 DA إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة بينما يقدر بـ 2800 DA إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثمن تكلفة مراقبة مدفئة . عين قانون احتمال X و أمله الرياضياتي

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=5$ ومن أجل كل $\mathbb{N}^*$.: $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-4}{1+u_n}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*: u_n>2$، ثمّ استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي:. $v_n=\dfrac{3}{u_n-2}$

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 1.

ب- بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $u_n=2+\dfrac{3}{n}$ ، ثمّ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3. أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{u_1+1}{u_1-2}+\dfrac{u_2+1}{u_2-2}+\cdots+\dfrac{u_n+1}{u_n-2}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{1}{4}e^x\left(3x^2-8x\right)$.

وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. أدرس تغيرات الدالة g مع تشكيل جدول تغيراتها (نقبل أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x=0$ من أجلكل $n\in\mathbb{N}^*$).

2. أحسب من أجل كل $\mathbb{R}$: $g''(x)$ ، ثم استنتج عدد نقط الانعطاف للمنحنى (C).

3. أرسم المنحنى (C).

4. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $g(x)=g(m)$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{4}e^{|x|}\left(3x^2-8|x|\right)$.

وليكن (C') تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. أدرس شفعية الدالة f ، ثمّ اشرح كيف يمكن رسم المنحنى (C') انطلاقا من المنحنى (C) (الرسم غير مطلوب).

2. عين العدد الحقيقي x_0 بحيث يكون: $f(\ln x_0)=-x_0$.

3. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة G المعرفة بـ: $G(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

4. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و محوري الإحداثيات و المستقيم ذو المعادلة $x=1$

الموضوع الثاني عشر

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

I) 1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلةذات المجهول z : $z^2+4z+5=0$.

2. استنتج حلول المعادلة $\left(-\frac{5}{\overline{z}}\right)^2+4\left(-\frac{5}{\overline{z}}\right)+5=0$ ، حيث $\overline{z}$ هو مرافق العدد z و $z\neq 0$.

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب: و. $z_A=2-i$ $z_B=-2-i$ $z_C=\overline{z_B}$

1. تحقق أنّ النقط A ، B و C ليست على إستقامية، ثمّ عيّن النقطة D ذات اللاحقة z_D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا.

2. عيّن مساحة صورة المستطيل $ABCD$ بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i}$.

3. عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z-z_A|^2=|z+z_A|^2+2$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=6-\frac{5}{x+1}$.

1. أ- أدرس تغيرات الدالة f (مع تشكيل جدول تغيراتها)، ثمّبيّن أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α يطلب تعيينه.

ب- استنتج أنه من أجل كل $x\in[0,\alpha]$ فإن: $f(x)\in[0,\alpha]$.

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على IN كما يلي: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $0\leq u_n\leq u_{n+1}\leq\alpha$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثمّ عين نهايتها.

. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN كما يلي: $v_n=\frac{2u_n-\left(5+\sqrt{29}\right)}{2u_n-\left(5-\sqrt{29}\right)}$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7-\sqrt{29}}{7+\sqrt{29}}$.

ب- أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n. و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I. يحتوي صندوق على 3 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء ، نسحب عشوائيا وعلى التوالي ودون إعادة 5 كريات من الصندوق

✓ احسب احتمال الحصول على أول كرية بيضاء في السحب الثالث

II. الصندوق في وضعيته الأولى وفي هذه المرة نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين أخريين

1) احسب احتمال كل من الحدثين التاليتين :

✓ الحدث E : الكريتان المسحوبتان في السحبة الأولى بيضاوين و في السحبة الثانية حمراوين

✓ الحدث F : يبقى في الصندوق بعد السحبة الثانية 3 كريات من نفس اللون

2) المتغير X العشوائي الذي يساوي عدد الكريات البيضاء الباقية في الصندوق بعد السحبة الثانية

حدد قانون احتمال المتغير X، واحسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1+4xe^{2x}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

II) لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة $2cm$)

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ،

أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta):y=x+1$.

3. بيّن أنّ المنحنى يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.

4. أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(2x-1)e^{2x}-1=m$.

6. بإستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=\frac{1}{2}$

الموضوع الثالث عشر

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

1. نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلةذات المجهول التالية z: $z^2-2(1+2\cos\theta)z+5+4\cos\theta=0$ مع: θ عدد حقيقي كيفي.

- حل هذه المعادلة من أجل $\theta=\frac{\pi}{6}$ ثمّ أكتب الحلين على الشكل الأسي.

2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A، B، C و D لواحقها على الترتيب: $z_A=1+e^{i\frac{\pi}{2}}$، $z_B=1+e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_C=\overline{z_B}$ ، $z_D=\overline{z_A}$

أ- أكتب z_A، z_B، z_C و z_D على الشكل الجبري ثمّ أنشئ النقط A، B، C و D.

أ -أثبت أن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

3. أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي ثمّ استنتج أن D هي صور A بتحويل نقطي يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة.

ب) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ استنتج أن النقط A، B، C و D تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات لا نفرق بينها عند اللمس منها : 5 بيضاء تحمل الأرقام 1،2 ، 3،4 و 5 .
3 سوداء تحمل الأرقام 1،2 و 3 وكرتان حمراوان تحملان الرقمين 1 و 3 .
نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد .

1) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A " الحصول على كرة واحدة بالضبط تحمل رقما فرديا "
B " الحصول على كرة واحدة على الأقل تحمل رقما زوجيا "
C " الحصول على 3 كرات تحمل أرقاما مجموعها عدد زوجي "
D " الحصول على 3 كرات من نفس اللون و تحمل أرقاما مجموعها عدد فردي "

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ / عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب / أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(U_n) متتالية هندسية متزايدة وحدودها موجبة و معرفة على $\mathbb{N}^*$ حيث : $\begin{cases} U_1+2U_2+U_3=100 \\ U_1\times U_3=256 \end{cases}$.

1) أحسب U_2 و q .

2) أكتب U_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{3}\times U_1+\frac{1}{3^2}\times U_2+...+\frac{1}{3^n}\times U_n$.

4) أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=U_1\times U_2\times...\times U_n$.

5)نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $W_n=\frac{1}{ln2}\left(ln4+ln4^2+\cdots+ln4^n\right)$. عبرعن W_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1+4xe^{2x}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

II)لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$.

وليكن (C_f)تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة $2cm$)

1.أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta):y=x+1$.

ثمّ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3. بيّن أنّ المنحنى يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيه.

4.أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(2x-1)e^{2x}-1=m$.

6)أ– باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto(2x-1)e^{2x}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل $x=\frac{1}{2}$.

ب– احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها $x=\frac{1}{2}$ ، $x=3$ و $y=x+1$.

الموضوع الرابع عشر

التمرين الأول: (04 نقاط)

يضم صندوق04 كريات حمراء تحمل الأرقام 2α ,1,1,2 و 03 كريات بيضاء تحمل الأرقام α ,1,1 و 03 كريات سوداء تحمل الأرقام $\alpha+1$,1 ,2 (لا نفرق بينها عند اللمس و α عدد طبيعي فردي) نسحب عشوائياوفي آن واحد كريتين من الصندوق.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A " الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقم فردي .

B " الحصول على كرتين مجموع الرقميهما زوجي .

C " الحصول على كرتين من نفس اللون .

2)علما أن مجموع الرقمين زوجي أحسب إحتمال ان تكون الكرتين من نفس اللون .

3)نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات التي تحمل رقم فردي .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضي$E(X)$ للمتغير العشوائي X.ثم عين قيمة العدد α حتى يكون $E(X)=2020$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول التالية : $(2z-1)^2+(2-i)^2=0$

نضع $z_1=-i$ و $z_2=1+i$ والنقطتين A و B صورتيهما على الترتيب

2) اكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل الأسي ثم احسب العدد u : $u=z_1^{1441}+\left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{2020}$

3) التحويل نقطي f يرفق بكل نقطة Mذات اللاحقة z النقطةM' ذات اللاحقة z'حيث: $z'=z_2z+z_1z_2$

أ – عين صورة النقطة Bبالتحويل f، ماذا تستنتج ؟

ب – عين قيسا للزاوية $(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{BM'})$ ، ثم احسب الطول BM' بدلالة الطول BM

ج – استنتج الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل النقطي f

4) – أ –عين ثم أنشئ (E) مجموعة النقط Mبحيث يكون : $|(1+i)z+1-i|=\sqrt{2}$

ب – عين ثم أنشئ (F) مجموعة النقط بحيث يكون : $\arg\left(z_2\bar{z}+z_1z_2\right)^2=\arg(z_1)+\arg(z_2)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 = e^2 - 1$ و من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = (1+u_n)e^{-2} - 1$.

1. أ‒برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1+u_n \succ 0$.

ب‒ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = (1+u_n)(e^{-2} - 1)$، ثمّ استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ: $v_n = 3(1+u_n)$.

أ‒بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها، ثمّ أكتب v_n بدلالة n مستنتجا u_n بدلالة n.

أ‒ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\ln v_0 + \ln v_1 + \cdots + \ln v_n = (n+1)(-n+2+\ln 3)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) الدالة g المعرفة على المجال IR بـ $g(x) = xe^x - 1$

1) أحسب نهايات الدالة g ، ثم ادرس اتجاه تغيرها وشكل جدول تغيراتها

2) ‒ أ ‒ أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,567 \prec \alpha \prec 0,568$

ب ‒ حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على IR

II) الدالة f المعرفة على $IR - \{0\}$ كما يلي: $f(x) = (e^x - Ln|x|)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\|$.

1) أثبت أنه من أجل كل $x > 0$ فان: $f(x) = x^2\left(\frac{e^x}{x} - \frac{Lnx}{x}\right)^2$، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ‒ أ ‒ بين أن المعادلة $e^x - Ln(-x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $\beta \in]-1,4;-1,3[$

ب ‒ استنتج على $IR - \{0\}$ حلول المتراجحات: $e^x > Ln(x)$ ، $e^x < Ln(-x)$ و $e^x \geq Ln(-x)$

3) ‒ أ ‒ بين انه من اجل كل x من $IR - \{0\}$ فان: $f'(x) = \frac{2}{x}(e^x - Ln|x|)g(x)$

ب ‒ استنتج اتجاه تغير الدالة f

4) ‒ أ ‒ بين أن : $f(\alpha) = \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha\right)^2$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}

ب ‒ شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-7;0[\cup]0;2]$

5) ناقش حسب قيم الوسيط m $(m \in IR^+)$ عدد و إشارة حلول المعادلة: $e^x - Ln|x| - \sqrt{m} = 0$

الموضوع السادس عشر

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$: $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$.

2/ المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O\,;\vec{i}\,;\,\vec{j})$، لتكن A، B وC نقط لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_A}$.

أثبت أن $z_A^{1962}+z_C^{2016}=0$ ثم عين قيم العد الطبيعي n **بحيث يكون** $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ **حقيقي موجب**

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) عين z_E **لاحقة النقطة** E **صورة** B **بالتشابه المباشر** S **الذي مركزه** A **ونسبته2 وزاويته** $\frac{\pi}{3}$ **؛ ثم بين أن النقط** A **؛** C **و** E **في استقامية .**

5) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ **تخيليا صرفا** ؛ $(\ z\neq z_C)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0=\frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$.

1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=a+\frac{b}{u_n+4}$.

- برهن بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) ثم أحسب المجموع : $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{5}{v_1}+\frac{5^2}{v_2}+.....+\frac{5^n}{v_n}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

صندوق يحتوي على3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس ، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و هكذا .

أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

B " الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

– أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الرابع: (04 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ؛ $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

2 - ادرس إشارة $g(x)$. (لاحظ أن$g(1)=0$)

II)نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1 - بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\dfrac{1}{x})=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

2 - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 - أنشئ المنحنى (C) .

4 - بين أن الدالة $h:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x)$ على $]0,+\infty[$ ؛ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة

بين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$.

5 - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$.

الموضوع السابع عشر

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=2$، و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3u_n}{2u_n+1}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq 1$
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.
3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ: $v_n=1-\frac{1}{u_n}$.
   - أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
   - أكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n وعين نهاية المتتالية (u_n).
   - أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+\cdots+\frac{1}{u_n}$.
4. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq u_{n+1}-1\leq\frac{1}{3}(u_n-1)$.
5. استنتج أنه من أجل كل n من IN: $0\leq u_n-1\leq\left(\frac{1}{3}\right)^n$، ثمّ عين من جديد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. حل في $\mathbb{C}^2$ المعادلة ذات المجهول (z_1,z_2) التالية: $\begin{cases}z_1-z_2=i\\ z_2(z_1-i)=1\end{cases}$.
2. في المستوي المركبالمنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B ذات اللاحقتين على الترتيب: $z_A=1$، $z_B=1+i$. وليكن الدوران r الذي مركزه O وزاويته θ حيث $\theta\in]0;\pi[$.

أ‒ أكتب طويلة وعمدة العدد المركب $-\frac{z_A}{z_B-z_A}$، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABO .

ب‒ نضع $A'=r(A)$، $B'=r(B)$.

‒ عبر بدلالة θ عن $z_{A'}$، $z_{B'}$ لاحقتي النقطتين A' و B'، ثمّ استنتج z_E و z_F لاحقتي النقطتين E و F على الترتيب حيث: E منتصف القطعة $[AA']$ و F منتصف القطعة $[BB']$.

‒ بيّن أن المثلث EFO قائم و متساوي الساقين في E .

‒ أثبت أن $\frac{z_F-z_A}{z_{A'}-z_A}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}$، ثمّ استنتج أن المستقيم (AA') يقطع حامل القطعة $[BB']$ في نقطة يطلب تحديدها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق04 كريات حمراء تحمل الرقم 0 و 3 كريات بيضاء تحمل الرقم 5 و 2 كريات سوداء تحمل الرقم α (لا نفرق بينها عند اللمس و α عدد طبيعي يختلف عن 5 و 10) نسحب عشوائياوفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق.

2) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A " الحصول على ثلاث كريات من نغس اللون .

B " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم .

C " الحصول على كرتين من نفس اللون فقط .

2)علما أن مجموع الرقمين معدوم أحسب إحتمال ان تكون كرتين من نقس اللون فقط .

3)نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكرات المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضي$E(X)$ للمتغير العشوائي X.ثم عين قيمة العدد α حتى يكون $E(X)=1962$.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

I) نعتبر الدالة fالمعرفة على IRكما يلي : $f(x)=1-\frac{x}{2}-\frac{2}{e^x+1}$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ ، إستنتج أن f دالة فردية .

ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .ثم إستنتج أنه من أجل $x\in[0;+\infty[$ فإن : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{x}{2}$.

3) أحسب : $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-1+\frac{x}{2}\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .ثم إستنتج معادلة المستقيم المقارب (Δ') عند $(-\infty)$.

4) أنشئ $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات المقاربة .

5) ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما . أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات : $x=\lambda, x=0$, $y=1-\frac{x}{2}$. (توضيح: $\left(\frac{1}{1+e^x}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}\right)$) ثم أحسب النهاية التالية : $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

II) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على IN بالعلاقة : $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

الموضوع الثامن عشر

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $u_n \rangle 3$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج حول تقاربها ؟

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث : $v_n=2^n.3^{1-n}$.

أ) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول .

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $v_n=u_n-3$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n=\ln v_n$.

أ) بين أنّ (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) ليكن المجموع : $S_n=\frac{u_0}{v_0}+\frac{u_1}{v_1}+\dots\dots+\frac{u_n}{v_n}$. بين أن : $S_n=2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}+n-1$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

من أجل كل عدد مركب $\mathbb{Z}$ نضع : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

1 أ) احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a b بحيث يكون : $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2- المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط G,C,B,A لواحقها على الترتيب: $z_A=-1, z_B=2+i\sqrt{3}, z_C=2-i\sqrt{3}, z_G=3$

عين عمدة للعدد المركب : $\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACG و احسب مساحته .

3 - أ) أثبت أن النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,-1);(B,2);(C,2)\}$

ب) عين مجموعة النقط M من المستوى بحيث : $(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG}=12$

4 - نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' حيث:

$z'=(1+i\sqrt{3})z-i\sqrt{3}$

أ) تعرف على طبيعة التحويل S و اذكر عناصره المميزة.

ب) عين G',C',A' صور النقط G,C,A على الترتيب بالتحويل S ثم استنتج مساحة المثلث $A'C'G'$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات منها 5بيضاء تحمل الأرقام : 4 , 4 , 1 , 0 , 2 و خمس حمراء تحمل الأرقام 4 , 2, 1 , 1 , 0

نسحب أربع كرات في ان واحد من الكيس.

أحسب احتمال الحوادث التالية:

A " الحصول على أربعأرقام يمكن أن تشكل الرقم 1441 .

B " الحصول كرتين بيضاء بالظبط . .

C " الحصول على أربع أرقام مجموع ارقامها 6.

2)علما أن مجموع الأرقام هو 6 أحسب إحتمال ان تكون من بين الاربع كرات مسحوبة توجد بظبط كرتين بيصاء .

3)نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات التي تحمل رقم زوجي .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضي$E(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$.

$(\mathscr{C}_f)$ المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايات للدالة f على المجال $I=]1;+\infty[$ و أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

2)بين أن المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مقارب مائل معادلته $(\Delta): y=x$. أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta): y=x$.

3) أنشئ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم $(\Delta): y=x$.

4) بإستعمال المكاملة بالتجزئة . اوجد عبارة الدالة G المعرفة $I=]a;+\infty[$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما بـ : و $G(x)=\int_2^x \ln(t+a)dt$. ثم إستنتج الدالة الأصلية للدالة f على $I=]1;+\infty[$.

5) أحسب المساحة A مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيمات: $x=4$, $x=2$, $y=x$.

II) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 2$ بالعلاقة : $u_n=\ln\left(\frac{n+1}{n-1}\right)$.

1) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln(1+x)-x$. أدرس إتجاه تغير الدالة g .

ثم بين أنه من أجل $x\in]0;+\infty[$ فإن $0<\ln(x+1)<x$.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 2$ فإن $u_n=\ln\left(1+\frac{2}{n-1}\right)$.ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 2$ فإن : $0<u_n<\frac{2}{n-1}$ و أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

الموضوع التاسع عشر

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط K ، L و M و التي لواحقها على الترتيب: $z_K=1+i$ ، $z_L=1-i$ و $z_M=-\sqrt{3}i$

أنشئ النقط K ، L و M في المعلم السابق.

2) أ- تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i\left(\sqrt{3}-2\right)$.

ب نعتبر الدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عين اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A و C على الترتيب.

ت نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث : $t(M)=D$ و $t(N)=B$

عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.

3) أ- بين أن النقطة K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمين $[DB]$ و $[AC]$

ب بين أن: $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z_K z=2+\lambda e^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما λ يمسح $\mathbb{R}^*$.

5) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\left|\bar{z}-1+i\right|=\left|z-1+i\right|$.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}$.

1 -أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $1\langle u_n\langle 2$.

ب بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أنها متقاربة .

2 -نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln(u_n-1)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أكتب v_n و u_n بدلالة n .

ت) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ ، وأحسب نهاية المتتالية (u_n) .

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n=(u_0-1)\times(u_1-1)\times\cdots\times(u_n-1)$.

– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $P_n=\frac{1}{4u_n}$ ، ثمّ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}P_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحوي صندوق 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عن اللمس، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ:1،2،2،3 وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ:2،2،3 وثلاث كرات خضراء مرقمة بـ:2،3،3.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين A :" الكريات الثلاثة المسحوبة تحمل أرقام مختلفة مثنى مثنى "

و B :" الكريات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون".

1) أ– أحسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحادثتين A و B على الترتيب.

ب– بيّن أن: $P(A\cap B)=\dfrac{1}{60}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب الرقم الأصغر من بين الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة.

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

I– لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$.

1. عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3. أحسب $g(0)$ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathfrak{R}$.

II– لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1. عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.
3. أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).
4. أ–برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=g(x)$.

ب–إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5. بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3,5<\alpha<-3$ و $0.5<\beta<1$
6. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).
7. أ–باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\int_{-1}^{0}-xe^{2x}dx$

استنتج بـ cm^2: مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات: $y=x+3$ و $x=-1$ و $x=0$.

الموضوع العشرون

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود $p(z)$ حيث: $p(z)=z^3-z^2+11z-51$

1) أ) احسب $p(3)$ ماذا تستنتج؟.

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $p(z)=(z-3)(z^2+az+b)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=0$

2) المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ علم النقط $A;B;C$

التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=3$, $Z_B=-1+4i$, $Z_C=-1-4i$.

– أحسب طويلة وعمدة للعدد $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC.

3) أ– عين Z_ω لاحقة النقطة W منتصف القطعة $[AC]$ ...

ب– عين Z_D لاحقة النقطة D صورة W بالتحاكي H الذي مركزه B نسبته 2

ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج – عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه B ويحول النقطة C الى النقطة E ذات اللاحقة $Z_E=7-4i$

4) عين العددين الحقيقيين α و λ (حيث $\alpha+\lambda\neq-1$) حتى تكون النقطة W

مرجح الجملة $\{(B,1);(C,\alpha);(E,\lambda)\}$.

5) عين (Ψ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{ME}\right\|=8\sqrt{10}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر ثلاثة صناديق غير متمايزة ، يحتوي الأول على 5 كريات بيضاء و 3 سوداء والثاني على 4 كريات بيضاء و 4 سوداء والثالث

على 2 بيضاوين و 6 سوداء ، الكريات لها نفس الحظ في الظهور .

نحتار صندوق عشوائيا ثم نسحب منه كرية واحدة .

1. ماهو احتمال الحصول على كرية بيضاء من الصندوق الأول ؟
2. ماهو احتمال الحصول على كرية بيضاء؟
3. ماهو احتمال سحب كرية من الصندوق الأول علما أن الكرية المسحوبة بيضاء؟
4.)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد 1إذاكانت الكرة المسحوبة بيضاء و العدد-1 إذاكانت الكرة المسحوبة سوداء.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضي$E(X)$ للمتغير العشوائي X.ثم عين قيمة العدد α حتى يكون $E(X)=1962$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=1$، و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=1-\dfrac{16}{u_n+7}$.

1) أ− برهن بالتراجع أنه من أجل كل طبيعي n: $u_n>-3$.

ب− بيّن أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على IN واستنتج أنها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\dfrac{1}{u_n+3}$.

أ− أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{4}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب− عبر بدلالة n عن v_n و u_n، واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

جـ− بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_0v_0+u_1v_1+\cdots+u_nv_n=\dfrac{1}{8}(n+1)(2-3n)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=4e^{-x}-4x+5$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.45\,;\,1.5[$

4. استنتج اشارة $g(x)$

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{(4x-1)e^{-x}}{1+e^{-x}}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=4x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

2 - أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^{-x}g(x)}{(1+e^{-x})^2}$ ، ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f

ب- بين أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصراً للعدد $f(\alpha)$

3 - أرسم (Δ) و (C_f)

4 - m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x)=mx-1$